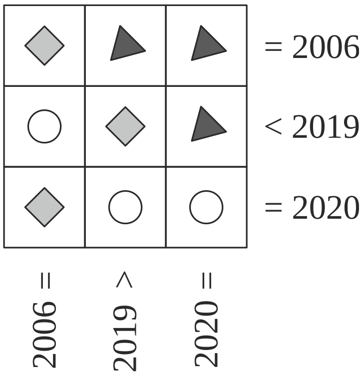
LAHENDUSED 7. KLASS

1. **Vastus: nelinurk on 664, ring on 678 ja kolmnurk on 671.**

NB! Venekeelses variandis oli teine joonis!



Lahendus:

Lahendus 1.

Vaadeldes ülemist rida ja parempoolset veergu saame, et ring on nelinurgast 14 võrra suurem.
Kui vasakpoolses veerus antud kolmikus asendaksime ringi nelinurgaga, saaksime praegu antud veerusummast 14 võrra väiksema tulemuse. Seega kolme nelinurga summa oleks
2006 – 14 = 1992. Seega ühe nelinurga suurus on 1992 : 3 = 664.
Kui alumises reas antud kolmikus asendaksime nelinurga ringiga, saaksime praegu antud reasummast 14 võrra suurema tulemuse. Seega kolme ringi summa oleks 2020 + 14 = 2034. Seega ühe ringi suurus on 2034 : 3 = 678.
Vaadates ülemist ja alumist rida korraga, saame, et kahe nelinurga, kahe kolmnurga ja kahe ringi summa on 2006 + 2020 = 4026.
Seega ühe nelinurga, ühe kolmnurga ja ühe ringi summa on 4026 : 2 = 2013.
Seega ühele kolmnurgale vastab arv 2013 – 664 – 678 = 671.

Lahendus 2.

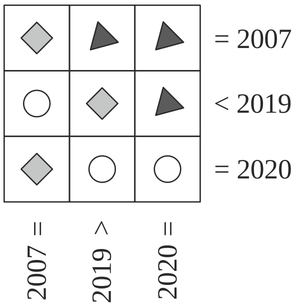
Vaadates ülemist ja alumist rida korraga, saame, et kahe nelinurga, kahe kolmnurga ja kahe ringi summa on 2006 + 2020 = 4026.
Seega ühe nelinurga, ühe kolmnurga ja ühe ringi summa on 4026 : 2 = 2013.
Vaatleme ülemist rida. Kui selles üks kolmnurk asendada ringiga, siis saame 2013 – 2006 = 7 võrra suurema summa. Seega ring on kolmnurgast 7 võrra suurem.
Vaatleme vasakpoolset veergu. Kui selles üks nelinurk asendada kolmnurgaga, siis saame 2013 – 2006 = 7 võrra suurema summa. Seega kolmnurk on nelinurgast 7 võrra suurem.
Seega kui nelinurgale vastab arv x, siis kolmnurgale arv $x + 7$ ja ringile arv $x + 14$.
Seega $x + x + 7 + x + 14 = 2013$, millest $x = 664$.
Järelikult nelinurgale vastab arv 664, kolmnurgale arv 671 ja ringile arv 678.

Hindamine:

Leitud kolme erineva kujundi arvude summa:	2p
Leitud kujunditele vastavate arvude omavahelised seosed (võrra suurem/väiksem):	2p
Näidatud, kuidas on leitud igale kujundile vastav arv:	a’1p
	7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

7.klass 1.ülesanne (venekeelne variant)



1.Vastus: nelinurk on $664\frac{2}{3}$, ring on $677\frac{2}{3}$ ja kolmnurk on $671\frac{1}{6}$.

Lahendus 1.

Vaadeldes ülemist rida ja parempoolset veergu saame, et ring on nelinurgast 13 võrra suurem.

Kui vasakpoolses veerus antud kolmikus asendaksime ringi nelinurgaga, saaksime praegu antud veerusummast 13 võrra väiksema tulemuse. Seega kolme nelinurga summa oleks

2007 – 13 = 1994. Seega ühe nelinurga suurus on 1994 : 3 = $\frac{1994}{3} = 664\frac{2}{3}$.

Kui alumises reas antud kolmikus asendaksime nelinurga ringiga, saaksime praegu antud reasummast 13 võrra suurema tulemuse. Seega kolme ringi summa oleks 2020 + 13 = 2033. Seega ühe ringi suurus on 2033 : 3 = $\frac{2033}{3} = 677\frac{2}{3}$.

Vaadates ülemist ja alumist rida korraga, saame, et kahe nelinurga, kahe kolmnurga ja kahe ringi summa on 2007 + 2020 = 4027.

Seega ühe nelinurga, ühe kolmnurga ja ühe ringi summa on 4027 : 2 = 2013,5 =$2013\frac{1}{2}$.

Seega ühele kolmnurgale vastab arv $2013\frac{1}{2} - 664\frac{2}{3} - 677\frac{2}{3} = \frac{4027}{6} = 671\frac{1}{6}$

Lahendus 2.

Vaadates ülemist ja alumist rida korraga, saame, et kahe nelinurga, kahe kolmnurga ja kahe ringi summa on 2007 + 2020 = 4027.

Seega ühe nelinurga, ühe kolmnurga ja ühe ringi summa on 4027 : 2 = 2013,5.

Vaatleme ülemist rida. Kui selles üks kolmnurk asendada ringiga, siis saame 2013,5 – 2007 = 6,5 võrra suurema summa. Seega ring on kolmnurgast 6,5 võrra suurem.

Vaatleme vasakpoolset veergu. Kui selles üks nelinurk asendada kolmnurgaga, siis saame 2013,6 – 2007 = 6,5 võrra suurema summa. Seega kolmnurk on nelinurgast 6,5 võrra suurem.

Seega kui nelinurgale vastab arv x, siis kolmnurgale arv x + 6,5

ja ringile arv $x + 6{,}5 + 6{,}5 = x + 13$

Seega x + x + 6,5 + x + 13 = 2013,5, millest $\frac{1994}{3} = 664\frac{2}{3}$

Järelikult nelinurgale vastab arv $664\frac{2}{3}$, kolmnurgale arv $671\frac{1}{6}$ ja ringile arv $677\frac{2}{3}$.

<u>Hindamine:</u>

Leitud kolme erineva kujundi arvude summa:	2p
Leitud kujunditele vastavate arvude omavahelised seosed (võrra suurem/väiksem):	2p
Näidatud, kuidas on leitud igale kujundile vastav arv:	<u>a'1p</u>
	7p

<u>Märkus:</u> Antud vaid õige vastus: 2p

2. **Vastus: Aega mängimiseks oli veel $1{,}6 = 1\frac{3}{5}$ tundi.**

<u>Lahendus:</u>

Leiame kui suur osa mänguajast vastab 20 minutile. See on $\frac{1}{5} - \frac{1}{30} = \frac{6-1}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$. Järelikult oli mänguaega üldse 6 · 20 minutit = 120 minutit ehk 2 tundi.

Et pärast telefonikõne lõppu oli $\frac{1}{5}$ ajast kulunud, siis alles oli veel $\frac{4}{5}$ kogu mänguajast. Mängimiseks oli veel aega $\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ tundi.

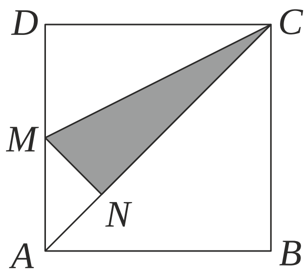
Või siis. Pärast telefonikõne lõppu oli tal mänguajast kulunud $\frac{1}{5} \cdot 120 = 24$ minutit (või $\frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$ tundi) ja alles oli veel 120 – 24 = 96 minutit (või $2 - \frac{2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ tundi). Et 96 minutit on 1 tund ja 36 minutit ja kuna 6 minutit on 0,1 tundi, siis 96 minutit on 1,6 tundi.

<u>Hindamine:</u>

Leitud kui suur osa mänguajast vastab 20 minutile:	2p
Leitud kogu mänguaeg minutites või tundides:	2p
Veel mängimiseks oleva aja leidmine kohe tundides:	
(Leitud kui palju aega oli veel alles minutites: 2p.	<u>3p</u>
Minutite teisendamine tundideks: 1p)	**7p**

<u>Märkus:</u> Antud ainult õige vastus tundides: 2p   Antud vaid õige vastus, aga minutites: 1p

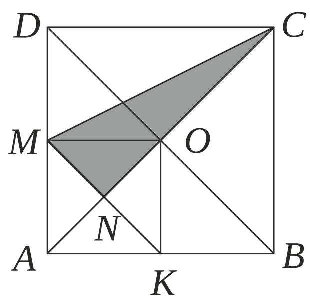
3. Vastus: Kolmnurga pindala on 6,75 cm².



<u>**Lahendus:**</u>

Lahendus 1.

Ruudu diagonaal *AC* jaotab ruudu kaheks võrdseks kolmnurgaks.
Ruudu *ABCD* pindala on $2 \cdot 18\ \mathrm{cm}^2 = 36\ \mathrm{cm}^2$, millest ruudu *ABCD* külje pikkus on 6 cm.
Kolmnurga *MNC* pindala saame, kui ruudu *ABCD* pindalast lahutame kolmnurkade *ABC*, *MCD* ja *ANM* pindalad.

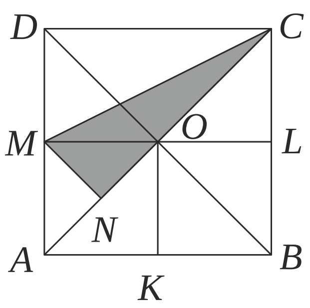


Kolmnurga *MCD* pindala on veerand ruudu *ABCD* pindalast, seega $36\ \mathrm{cm}^2 : 4 = 9\ \mathrm{cm}^2$.
Kolmnurga *MCD* pindala saaksime ka leida

$$\frac{MD \cdot DC}{2} = \frac{3\,\mathrm{cm} \cdot 6\,\mathrm{cm}}{2} = 9\,\mathrm{cm}^2.$$

Kolmnurga *ANM* pindala leidmiseks täiendame joonist. Lisame kolmnurgale diagonaali *BD* ja märgime külje *AB* keskpunkti. Olgu diagonaalide lõikepunkt *O* ja külje *AB* keskpunkt *K*.
Nelinurk *AKOM* on ruut ja selle pindala on veerand ruudu *ABCD* pindalast. Lõigud *MK* ja *AO* on selle ruudu diagonaalid ja jaotavad selle ruudu neljaks võrdseks osaks.
Seega *ANM* pindala on $36\ \mathrm{cm}^2 : 4 : 4 = 2{,}25\ \mathrm{cm}^2$.
Kolmnurga *MNC* pindala on $36\ \mathrm{cm}^2 – 18\ \mathrm{cm}^2 – 9\ \mathrm{cm}^2 – 2{,}25\ \mathrm{cm}^2 = 6{,}75\ \mathrm{cm}^2$.

Lahendus 2.



Ruudu diagonaal *AC* jaotab ruudu kaheks võrdseks kolmnurgaks.
Ruudu *ABCD* pindala on $2 \cdot 18\ \mathrm{cm}^2 = 36\ \mathrm{cm}^2$, millest ruudu *ABCD* külje pikkus on 6 cm.
Kolmnurga *MNC* saame jaotada kaheks kolmnurgaks, joonestades läbi punkti *M* küljega *AB* paralleelse lõigu, mis lõikub küljega *BC* punktis *L*. See lõik läbib diagonaalide lõikepunkti *O*.
Kolmnurga *MOC* aluseks on *MO* ja sellele vastavaks kõrguseks *LC*. Mõlemad on pikkusega 3 cm ja seega kolmnurga *MOC* pindala on

$$\frac{3\,\mathrm{cm} \cdot 3\,\mathrm{cm}}{2} = 4{,}5\,\mathrm{cm}^2.$$

Kolmnurga *MNO* pindala on veerand ruudu *AKOM* pindalast, kus *K* on külje *AB* keskpunkt.
Järelikult *MNO* pindala on $36\ \mathrm{cm}^2 : 4 : 4 = 2{,}25\ \mathrm{cm}^2$.
Kolmnurga *MNC* pindala on $4{,}5\ \mathrm{cm}^2 + 2{,}25\ \mathrm{cm}^2 = 6{,}75\ \mathrm{cm}^2$.

Hindamine:

Lahendus 1:

Leitud ruudu *ABCD* külje pikkus:	1p
Idee lahutada ruudu pindalast valgete kolmnurkade pindalad:	1p
Leitud kahe, ülesandes mitteantud valge kolmnurga pindalad:	a’ 2p
Leitud kolmnurga *MNC* pindala:	1p
	7p

Lahendus 2:

Leitud ruudu *ABCD* külje pikkus:	1p
Idee jaotada *MNC* kaheks kolmnurgaks:	1p
Leitud kummagi kolmnurga pindala:	a’ 2p
Leitud kolmnurga *MNC* pindala:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult vastus (koos õige ühikuga): 2p

4. **Vastus. Kolmekohalisel arvul on vaid üks väärtus, s.o 153.**

<u>Lahendus:</u>

Lahendus 1.

Kui sõna *MIK* on kirjutatud teatud arv kordi, siis arv 765 peab jaguma nii selle kordade arvuga kui ka arvuga *MIK*. Et *MIK* on kolmekohaline ja summa on 765, siis kordade arv ei saa olla kindlasti suurem kui 7. Seega kordade arv peab olema väiksem kui 7 ja olema arvu 765 arvust 1 suurem tegur.

Et $765 = 3^2 \cdot 5 \cdot 17$, siis kordade arv saab olla 3 või 5.

Kui kordade arv oleks 3, siis 765 : 3 = 255 ja sel juhul ei vastaks erinevatele tähtedele erinevad numbrid.

Kui kordade arv oleks 5, 765 : 5 = 153. Seega sõnale *MIK* saab vastata vaid arv 153.

Lahendus 2.

Et *MIK* on kolmekohaline ja summa on 765, siis kordade arv ei saa olla kindlasti suurem kui 7. Kui jagada arvu 765 kordade arvuga, peame saama vastuseks kolmekohalise erinevate numbritega arvu.

Kuna 765 on paaritu arv, siis kindlasti ei saa kordade arv olla paarisarv, sest paaritu arv ei saa jaguda paarisarvuga.

Tuleb vaadelda jagatisi 765 : 7, 765 : 5 ja 765 : 3.

Et 765 : 7 = 109 jääk 2, siis see ei sobi

Et 765 : 5 = 153, siis sõnale *MIK* saab vastata arv 153.

Et 765 : 3 = 255, siis see ei saa vastata sõnale *MIK*, kuna erinevatele tähtedele pidid vastama erinevad numbrid.

<u>Hindamine:</u>

Lahendus 1:

Tähelepanek, et 765 peab jaguma arvuga *MIK* või et peab jaguma selle arvuga mitu korda on arvu *MIK* järjest liidetud:	1p
Tähelepanek, et see liitmiste kordade arv ei saa olla suurem kui 7:	1p
Leitud arvu 765 algteguriteks lahutus:	2p
Tähelepanek, et kordade arv saab olla kas 3 või 5:	1p
Näidatud, et see ei saa olla 3:	1p
Näidatud, et see saab olla 5:	<u>1p</u>
	7p

Lahendus 2:

Tähelepanek, et see liitmiste kordade arv ei saa olla suurem kui 7:	1p
Idee, et arv 765 peab jagamisel kordade arvuga andma tulemuseks täisarvu:	1p
Tähelepanek, et kordade arve ei saa olla paarisarv (või siis on ka need läbiproovitud ja näha, et ei sobi):	2p
Näidatud, et see ei saa olla 7:	1p
Näidatud, et see ei saa olla 3:	1p
Näidatud, et see saab olla 5:	<u>1p</u>
	7p

<u>Märkus:</u> Antud vaid õige vastus: 2p

5. **Vastus. Mustade ühikruutude vähim võimalik arv on 0.**

Lahendus:

Valgeid ühikkuupe on kokku $9^3 = 729$.
Musti ühikkuupe on kokku $10^3 = 1000$.
Kuubis servapikkusega 12 cm on ühikkuupe kokku: $12^3 = 1728$.
Neid ühikkuupe, mille vähemalt üks tahk on kuubi tahul, on kokku:
$12^3 - 10^3 = 1728 - 1000 = 728$.
Kuna valgeid kuupe on 729, siis on võimalik panna need nii, et ühegi musta ühikkuubi ükski tahk ei satu suure kuubi tahule.

Hindamine:

Leitud valgete ühikkuupide arv:	1p
Leitud mustade ühikkuupide arv:	1p
Leitud ühikkuupide arv suures kuubis:	1p
Leitud ühikkuupide arv, mille vähemalt üks tahk asub suure kuubi tahul: (Või siis on leitud tahkudel olevate ühikruutude arv 864: 1p ja sealt nn välimisel kihil olevate ühikkuupide arv 728: 2p)	3p
Leitud, et saab moodustada suure kuubi nii, et see on väljastpoolt üleni valge:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult õige vastus: 2p